

APRESENTAÇÃO

Olá, Estudante!

Como você está? Esperamos que você esteja bem! Lembre-se que, mesmo diante dos impactos da COVID-19, preparamos mais um material, bem especial, para auxiliá-lo neste momento de distanciamento social e assim mantermos a rotina de seus estudos em casa.

Então, aceite as **“Pílulas de Aprendizagem”**, um material especialmente preparado para você! Tome em doses diárias, pois, sem dúvida, elas irão contribuir para seu fortalecimento, adquirindo e produzindo novos saberes.

Aqui você encontrará atividades elaboradas com base na seleção de conteúdos prioritários e indispensáveis para sua formação. Assim, serão aqui apresentados novos textos de apoio, relação de exercícios com gabaritos comentados, bem como dicas de videoaulas, sites, jogos, documentários, dentre outros recursos pedagógicos, visando, cada vez mais, à ampliação do seu conhecimento.

As **“Pílulas de Aprendizagem”** estão organizadas, nesta **quarta semana**, com os componentes curriculares: **Matemática, Geografia, Biologia, Arte, inglês, Iniciação Científica e Química**. Vamos lá!?

Como neste ano estamos comemorando o **Aniversário de 120 anos de Anísio Teixeira**, você também conhecerá um pouco da grande contribuição que este baiano deu à educação brasileira. A cada semana apresentaremos um pouco de sua história de vida e legado educacional, evidenciando frases emblemáticas deste grande educador.

Na semana passada, conhecemos algumas das realizações de Anísio Teixeira, no âmbito da educação, onde propôs e executou medidas para democratizar o ensino brasileiro, além de defender a experiência do aluno como base do aprendizado.

Para o educador e filósofo Anísio Teixeira, não se aprende apenas ideias ou fatos na escola, mas também atitudes e senso crítico.

A “pílula anisiana” de hoje será voltada para o espaço escolar, um local em que ocorre:

“[...] uma educação em mudança permanente, em permanente reconstrução.” (ANÍSIO TEIXEIRA).

Você curtiu conhecer um pouco da vida de Anísio Teixeira? Semana que vem, traremos outras curiosidades.

Agora, procure um espaço sossegado para realizar suas atividades. Embarque neste novo desafio e bons estudos!

Modalidade/oferta: Regular

Semana: IV

Componente Curricular: Matemática

Tema: Progressão Geométrica: Termo Geral de uma PG e Soma dos Termos de uma PG Finita

Objetivo(s): Empregar a Fórmula do Termo Geral da PG, analisando situações-problema. Calcular a soma S_n dos n termos iniciais de uma Progressão Geométrica finita, não necessitando escrevê-la completamente.

Autores: Antonio Arivalter, Cleber Costa e Marcele Bacelar

I. VAMOS AO MOMENTO DA LEITURA!

TEXTO

Revisando - Termo geral da Progressão Geométrica (PG)

O **termo geral** de uma PG é uma expressão que pode ser usada para encontrar um termo qualquer de uma progressão geométrica. Esse termo também é expresso por a_n e a expressão/fórmula utilizada para determiná-lo é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/progressao-geometrica.htm>. Acesso em: 14 set. 2020.

Soma dos termos de uma PG finita

Progressão geométrica finita é uma PG que tem um número determinado de elementos. Por exemplo, a sequência (3, 6, 12, 24, 48) é uma PG de razão igual a $q = 2$.

A soma dos termos dessa PG será $3 + 6 + 12 + 24 + 48 = 93$. Fazer essa soma é fácil, pois ela possui apenas cinco elementos, caso seja necessário somar os termos de uma PG com mais de dez elementos, o que é mais complicado, é preciso utilizar uma fórmula.

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/soma-uma-pg-finita.htm>. Acesso em: 14 set. 2020.

II. AGORA, VAMOS AO MOMENTO DA RETOMADA DAS ATIVIDADES?

Explorando o texto!

01. Qual é a quantidade de elementos da PG finita (1, 2, 4, ...), sabendo que a soma dos termos dessa PG é

1023?

02. Dado $x_0 = 1$, uma sequência de números x_1, x_2, x_3, \dots satisfaz a condição $x_n = ax_{n-1}$, para todo inteiro $n \geq 1$, em que a é uma constante não nula.

a) Quando $a = 2$, obtenha o termo x_{11} dessa sequência.

b) Quando $a = 3$, calcule o valor da soma $x_1 + x_2 + \dots + x_8$

Questões 01 e 02. Disponível em: <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-soma-uma-pg-finita.htm>. Acesso em: 14 set. 2020.

Vamos continuar praticando!

03. Uma criação de coelhos foi iniciada há exatamente um ano e, durante esse período, o número de coelhos duplicou a cada quatro meses. Hoje, parte dessa criação deverá ser vendida para se ficar com a quantidade inicial de coelhos. Para que isso ocorra, a porcentagem da população atual dessa criação de coelhos a ser vendida é:

a) 75% b) 80% c) 83,33% d) 87,5% e) 88,9%

04. Suponha que o preço de um automóvel se desvaloriza 10% ao ano nos seus 5 primeiros anos de uso. Se este automóvel novo custou R\$ 10.000,00, qual será o seu valor em reais após os 5 anos de uso?

a) 5.550,00 b) 5.804,00 c) 6.204,30 d) 5.904,90 e) 5.745,20

Questões 03 e 04. Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-progressao-geometrica.htm>. Acesso em: 14 set. 2020.

III. ONDE POSSO ENCONTRAR O CONTEÚDO?

- **Livro didático de Matemática adotado pela Unidade Escolar.**
- **Sugestão de vídeos sobre o conteúdo trabalhado:**
Somando os n Primeiros Termos de uma Progressão Geométrica. Disponível em: <http://pat.educacao.ba.gov.br/emitec/conteudo/exibir/8472>. Acesso em: 14 set. 2020.
Somando os n Primeiros Termos de uma Progressão Geométrica e os Infinitos Termos de uma Progressão Geométrica. Disponível em: <http://pat.educacao.ba.gov.br/emitec/conteudo/exibir/4855>. Acesso em: 14 set. 2020.
- **Para saber mais acesse o link:**
Exercícios sobre PG. Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-progressao-geometrica.htm>. Acesso em: 14 set. 2020.

IV. GABARITO COMENTADO:



GABARITO COMENTADO

Questão 01. Sabemos que o termo a_1 vale 1 e facilmente podemos ver que a razão q é 2. Vamos então descobrir o número n de termos dessa sequência:

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} & -1023 &= 1 - 2^n \\ 1023 &= 1 \cdot \frac{1 - 2^n}{1 - 2} & -1023 - 1 &= -2^n \\ 1023 &= \frac{1 - 2^n}{-1} & 2^n &= 1024 \\ & & 2^n &= 2^{10} \\ & & n &= 10 \end{aligned}$$

Essa PG finita possui dez elementos.

Questão 02. Nesse exercício, estamos lidando com uma progressão geométrica (PG) de razão $q = a$, de modo que a PG pode ser expressa como: $(ax_0, ax_1, ax_2, \dots)$, em que o $a_1 = ax_0$; $a_2 = ax_1, \dots$, lembrando que $x_0 = 1$.

a) Se a razão a é 2, podemos identificar o primeiro termo da progressão: $a_1 = ax_0$; $a_1 = 2 \cdot 1$; $a_1 = 2$. Agora que identificamos o primeiro termo da sequência, podemos identificar o a_{11} utilizando a fórmula do termo geral:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 \cdot q^{n-1} \\ a_{11} &= 2 \cdot 2^{11-1} \\ a_{11} &= 2 \cdot 2^{10} \\ a_{11} &= 2^{11} \end{aligned}$$

$a_{11} = 2048$ O décimo primeiro termo dessa sequência é o número 2048.

b) Se a razão a é 3, vamos procurar o primeiro termo da progressão: $a_1 = ax_0$ $a_1 = 3 \cdot 1$ $a_1 = 3$.

Sendo conhecido o primeiro termo da progressão, podemos utilizar a fórmula da soma dos termos de uma PG finita:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad S_8 = 3 \cdot \frac{(-6560)}{-2} \quad S_8 = \frac{-19680}{-2} \quad S_8 = 9840$$

Portanto, a soma dos oito termos da progressão é 9840.

Questão 03. Alternativa: d. Como nós não temos conhecimento da quantidade inicial de coelhos, podemos afirmar que esse valor é x . Sendo assim, passados quatro meses, a população de coelhos tornou-se $2x$; passados oito meses, já havia $4x$; após 12 meses, a população de coelhos era de $8x$. Isso pode ser representado como uma PG $(x, 2x, 4x, 8x)$ de razão 2.

Conforme o enunciado, atualmente o criador de coelhos possui $8x$ animais. Se ele deseja voltar a ter apenas a quantidade inicial (x), ele deverá vender $7x$. Podemos calcular a porcentagem da criação que ele venderá através do quociente entre $7x$ e $8x$: $7x / 8x = 7/8 = 0,875 = 87,5\%$

Questão 04. Alternativa: d. Se o automóvel desvaloriza-se 10% ao ano, podemos afirmar que a cada ano seu valor passa a ser apenas 90% do que era anteriormente. Para determinar esse valor a cada ano, basta multiplicar o valor anterior por 0,9 (que equivale a 90%). Dessa forma, há uma progressão geométrica com razão 0,9, por isso utilizaremos a fórmula do termo geral da PG para resolver a questão. Para tanto, consideremos $a_1 = 10.000$, $q = 0,9$ e $n = 6$ (observe que utilizamos 6 porque, no primeiro ano, não houve desvalorização e só após 5 anos o carro será vendido).

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_6 = a_1 \cdot q^5$$

$$a_6 = 10.000 \cdot (0,9)^5$$

$$a_6 = 10.000 \cdot 0,59049$$

$$a_6 = 5904,9$$